INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Curso de Termodinâmica-GFI 04116

1º semestre de 2007

Prof. Jürgen Stilck

Solução do exercício 5-8

Vamos seguir a sugestão provando a identidade indicada para um processo adiabático (entropia constante). Começamos mudando a variável na integral:

$$\int_{p_i}^{p_f} \frac{dp}{p} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_S dT.$$

Usando agora o resultado (5.42) do livro texto para a derivada, temos:

$$\int_{p_i}^{p_f} \frac{dp}{p} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{C_p}{TV\alpha p} dT = \int_{T_i}^{T_f} \frac{C_p}{pV} dT = \int_{T_i}^{T_f} \frac{C_p}{NRT} dT,$$

onde usamos $\alpha = 1/T$ e $pV = NRT$, válidos para um gás ideal. Em termos da capacidade térmica molar, temos então:

$$R \int_{p_i}^{p_f} \frac{dp}{p} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{c_p}{T}.$$

Para um gás ideal, c_p não depende da pressão, podendo ser expandido em potências da temperatura como indicado no enunciado. Podemos efetuar a integral do lado esquerdo da equação e substituir a expansão para c_p, obtendo:

$$R \ln(p_f/p_i) = \int_{T_i}^{T_f} \frac{A + BT + CT^2}{T} dT.$$

Como A, B e C são constantes, podemos efetuar a integral na temperatura, obtendo:

$$R\ln(p_f/p_i) = A\ln(T_f/T_i) + B(T_f - T_i) + C\frac{T_f^2 - T_i^2}{2}.$$

Agora podemos substituir os dados do problema. Do lado esquerdo, como temos a razão das pressões, podemos manter a unidade do enunciado ($p_i = 1$ atm):

$$R\ln(p_f) = 6,26\ln(573/273) + 2,746\times 10^{-3}\times 300 - 0,770\times 10^{-6}\times\frac{573^2 - 273^2}{2} =$$

$$4,641 + 0,824 - 0.098 = 5,367.$$

Notamos que a contribuição dos termos sucessivos decresce, como esperado. Tomando a exponencial de ambos os lados da expressão, usando o valor $R = 1,986$ cal/mol K (note as unidades das constantes na expansão), obtemos a resposta $p_f \approx 14,9$ atm.